

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل کشوردی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)		
نمره			

۰/۵	۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) نقطه $x = 0$ یک نقطه گوشه‌ای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است. ب) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است.
۰/۷۵	۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) برد تابع $y = \tan x$ با دامنه $\left[ \frac{\pi}{3}, \pi \right) - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$ برابر ..... است. ب) مشتق دوم تابع $y = \sin x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ برابر ..... است.
۱	۳	نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. الف) نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g(5)$ را به دست آورید.
۱	۴	نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^3 + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع $f$ را بررسی کنید.
۰/۵	۵	اگر $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$ باشد، حدود $x$ را به دست آورید.
۱	۶	اگر چند جمله‌ای $p(x) = x^2 + a - 2$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار $a$ را بیابید.
۱/۲۵	۷	قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت مقابل است، مقادیر $a, b, c$ را بیابید.
۱/۲۵	۸	معادله $\cos x(2 \cos x - 7) = 4$ را حل کنید.

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۲	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)		
نمره			

۱/۲۵	۹	حاصل حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2}$
۱/۷۵	۱۰	الف) مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}$ را به دست آورید. ب) وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.
۱	۱۱	مطابق شکل روبه رو خط $d$ در نقطه $P(1,3)$ بر نمودار تابع $f$ مماس و در نقطه $Q(2a+1, a)$ آن را قطع می کند. اگر $f'(1) = -1$ مقدار $a$ را بیابید. 
۱	۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ را در نقطه $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید.
۲	۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x-5x}}{x-3}$ ب) $g(x) = (\cos^3 x)(\tan x)$
۱/۲۵	۱۴	تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$ مفروض است. در نقطه $x = a$ ، آهنگ تغییر لحظه ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 3]$ است، محدوده $a$ را بیابید.
۱	۱۵	نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ به صورت مقابل است. مقادیر $a$ و $b$ را بیابید. 
۱/۵	۱۶	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.
۲	۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ را رسم کنید.
۲۰	جمع نمره	صفحه ۲ از ۲

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>	
دوازدهم		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۸۹)      ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۰)	۰/۵
---	---	-----

۲	الف) $(0, \sqrt{3}) - \mathbb{R}$ یا $(-\infty, 0] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$ (صفحه ۳۲)      ب) $-1$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۱)	۰/۷۵
---	---	------

۳ روش اول: رسم هر مرحله (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.

روش دوم: (انتقال نقاط)

ب)  $g(5) = -6$  (صفحه ۱۰)

۴ به رسم نمودار (انتقال افقی (۰/۲۵)، انتقال عمودی (۰/۲۵) و قرینه یابی (۰/۲۵)) نمره تعلق گیرد.  $f(x)$  اکیدا نزولی (یا نزولی) است. (۰/۲۵) (صفحه ۲۱)

۵  $(\frac{1}{2})^{x+1} \leq (\frac{1}{2})^{2x-3} \Rightarrow x+1 \geq 2x-3 \Rightarrow x \leq 4$  (صفحه ۲۲)

۶  $x-a=0 \Rightarrow x=a$  یا  $a^2+a-2=0 \Rightarrow a=1$  یا  $a=-2$  (صفحه ۱۹)


راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	مدت آزمون: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۲۵	$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow  b  = \frac{1}{2} \quad (0/25)$ $f(\pi) = -1 \Rightarrow \underbrace{a \cos(b\pi) + c = -1}_{0/25} \xrightarrow{ b  = \frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1 \quad (0/25)$ $\max = 2 \Rightarrow  a  + c = 2 \xrightarrow{c = -1}  a  = 3 \quad (0/25) \xrightarrow{a > 0} a = 3 \quad (0/25) \quad (\text{روش اول محاسبه } a)$ $f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c = -1} a = 3 \quad (0/5) \quad (\text{روش دوم محاسبه } a) \quad (\text{صفحه ۲۸})$	۷
------	--	---

۱/۲۵	$\cos x(2 \cos x - 7) = 4 \Rightarrow \underbrace{2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0}_{0/25} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 4 \times \quad (0/25) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \quad (0/25) \end{cases}$ $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (0/25) \quad (\text{صفحه ۴۱})$	۸
------	--	---

۱/۲۵	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0 \quad (0/25) \quad (\text{صفحه ۶۶})</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin^2 x}{x^2}}_{0/25} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{0^-} = 1 - \infty = -\infty \quad (0/25) \quad (\text{صفحه ۵۴})</math></p>	۹
------	--	---

۱/۲۵	<p>الف) خط <math>x = 1</math> مجانب قائم است (۰/۲۵) زیرا:</p> $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \quad (0/25) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^3} = 0 \quad (0/25)$ <p>ب) پس خط <math>y = 0</math> مجانب افقی است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۹)</p> <p>(ب) (۰/۵) (صفحه ۶۹)</p> 	۱۰
------	--	----

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	مدت آزمون: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

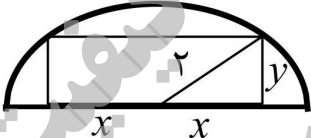
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

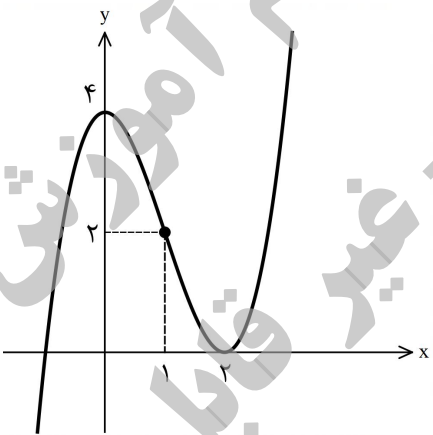
۱۱	خط $d$ در نقطه $P(1,3)$ بر تابع $f(x)$ مماس است، بنابراین شیب خط $d$ برابر $-1$ است. $(0/25)$ روش اول: معادله خط $d$ بصورت زیر است: $y - 3 = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x + 4 \xrightarrow{Q(2a+1, a) \in d} a = -2a - 1 + 4 \Rightarrow a = 1 \quad (0/25)$ روش دوم: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a - 3}{2a + 1 - 1} = -1 \Rightarrow a = 1 \quad (0/25)$ (صفحه ۸۳)	۱
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x - 2 }{x - 2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{x - 2} = 1 \quad (0/25) \end{cases}$ پس $f(x)$ در $x = 2$ مشتق پذیر نیست. $(0/25)$ (صفحه ۸۶)	۱
۱۳	الف) $f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} - 5)(x - 3) - (1)(\sqrt{x} - 5x)}{(x - 3)^2}$ ب) $g'(x) = (3(-\sin x) \cos^2 x)(\tan x) + (\cos^3 x)(1 + \tan^2 x)$ (صفحه ۱۰۱)	۲
۱۴	آهنگ متوسط تغییر در بازه $[0, 3]$ : $\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{-2 - 1}{3} = -1 \quad (0/25)$ آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر $f'(x) = x^2 - 4$ است. $f'(a) < -1 \Rightarrow a^2 - 4 < -1 \Rightarrow a^2 < 3 \Rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$ (صفحه ۱۱۰)	۱/۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	مدت آزمون: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	$f'(1) = 0 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \rightarrow 3(1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -3 \quad (0/5)$ $f(1) = 2 \Rightarrow (1)^3 + a(1) + b = 2 \xrightarrow{a=-3} 1 - 3 + b = 2 \Rightarrow b = 4 \quad (0/5)$ (صفحه ۱۲۶)	
----	--	--

۱۶	 <p>با توجه به شکل <math>x^2 + y^2 = 4</math> پس <math>y = \sqrt{4 - x^2}</math> در نتیجه:  <math>\cdot/25</math></p> $S = 2xy \xrightarrow{y = \sqrt{4 - x^2}} S(x) = 2x\sqrt{4 - x^2} \Rightarrow S'(x) = 2\sqrt{4 - x^2} + \frac{(-2x)}{2\sqrt{4 - x^2}}(2x)$ $\xrightarrow{S'(x)=0} \frac{2(4 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{2x}{\cdot/25} = \frac{2\sqrt{2}}{\cdot/25} \Rightarrow \frac{y}{\cdot/25} = \frac{\sqrt{2}}{\cdot/25}$ (صفحه ۱۲۶)	
----	---	--

۱۷	$f'(x) = (x-2)^2 + 2(x-2)(x+1) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0, x=2 \quad (0/5)$ $f''(x) = 6x - 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x=1 \quad (0/25)$  <table border="1" data-bbox="933 1281 1404 1480"> <tr> <td><math>f'</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f''</math></td> <td>-</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td></td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> </tr> </table> <p>(0/25)</p> (صفحه ۱۳۹) اگر دانش آموزی در ضابطه تابع ابتدا حاصلضرب پیرانزها را به دست آورد و سپس مشتق بگیرد، نمره تعلق گیرد.	$f'$	+	0	-	0	-	0	+	$f''$	-		-	0	+	+		$f$		↘	↘	↘	↘	↘	↘	
$f'$	+	0	-	0	-	0	+																			
$f''$	-		-	0	+	+																				
$f$		↘	↘	↘	↘	↘	↘																			

۲۰	جمع نمره	صفحه ۴ از ۴
----	----------	-------------