

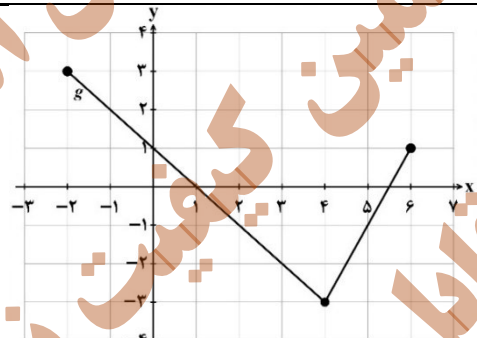
سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۵/۲۷
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)		
	نمره		

۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty</math> و <math>\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \Delta</math>، آن گاه <math>\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \Delta</math>.</p> <p>ب) اگر <math>f(x) = \sin x</math>، آن گاه <math>f'(\frac{\pi}{2}) = f''(\pi)</math>.</p> <p>پ) هر تابع اکیداً صعودی، نقطه عطف ندارد.</p>	۱	
۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر <math>\tan \alpha = m + 2</math> و <math>0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}</math>، آن گاه بیشترین مقدار ممکن <math>m</math> برابر با ..... است.</p> <p>ب) حاصل حد <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{ x }</math> برابر با ..... است.</p> <p>پ) خط ..... مماس قائم منحنی تابع <math>y = \sqrt[3]{x}</math> است.</p>	۲	
۰/۲۵	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل روبه‌رو رسم شده است. اگر <math>f'</math> و <math>f''</math> به ترتیب مشتق اول و دوم این تابع باشند، آن گاه به ازای هر <math>x</math> از دامنه تابع <math>f</math>، کدام گزینه درست است؟</p> <p>(۱) <math>f''(x) &lt; 0</math> و <math>f'(x) &lt; 0</math></p> <p>(۲) <math>f''(x) &gt; 0</math> و <math>f'(x) &lt; 0</math></p> <p>(۳) <math>f''(x) &lt; 0</math> و <math>f'(x) &gt; 0</math></p> <p>(۴) <math>f''(x) &gt; 0</math> و <math>f'(x) &gt; 0</math></p>		۳
۱	<p>در شکل زیر، نمودار تابع <math>y = f(x)</math> رسم شده است. نمودار تابع <math>g(x) = -2f(\frac{x}{2}) + 1</math> را رسم کنید.</p>		۴
۱	<p>اگر توابع <math>f</math> و <math>g</math> در یک فاصله اکیداً صعودی باشند، نشان دهید که تابع <math>f + g</math> نیز در این فاصله اکیداً صعودی است.</p>	۵	
۱	<p>اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای <math>p(x) = 2x^3 + mx - 1</math> بر <math>x + 2</math> برابر با <math>-1</math> باشد، مقدار <math>m</math> را به دست آورید.</p>	۶	
۰/۷۵	<p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع <math>y = 2\sin(3x) - 1</math> را به دست آورید.</p>	۷	
۱/۲۵	<p>معادله مثلثاتی <math>\sin(2\pi + x) \cos x = 0</math> را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.</p>	۸	
۰/۷۵	<p>اگر <math>\tan \alpha = 1</math> و <math>\tan(\alpha + \beta) = -2</math>، آن گاه مقدار <math>\tan \beta</math> را محاسبه کنید.</p>	۹	

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۵/۲۷
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	
نمره		Azmoon.medu.ir	

۱۰	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. ( [ ] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{3 - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + 2x^2 + 1}{1 + 8x - x^2}$	۱/۵
۱۱	مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{-4x + 3}{2x + 1}$ را در صورت وجود به دست آورید. (راه حل نوشته شود.)	۱
۱۲	در شکل زیر، خط $d$ بر نمودار تابع $f$ در نقطه $A = (2, 5)$ مماس است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h} = -2$ ، آن گاه معادله خط $d$ و عرض نقطه $B$ را به دست آورید. 	۱
۱۳	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x x-1 $ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (\sqrt{x} + 3x)^7$ ب) $g(x) = \cos^3(4x)$	۱/۲۵
۱۵	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - 3t + 12$ بر حسب متر در بازه زمانی $[1, 6]$ داده شده است. الف) سرعت متوسط متحرک را در بازه $[1, 6]$ به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای متحرک را در لحظه $t = 2$ به دست آورید.	۱
۱۶	مقدار مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{-1}{3}x^3 + x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید.	۱/۵
۱۷	اگر $x = 1$ طول نقطه عطف و $x = -2$ طول یکی از نقاط بحرانی تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 24x$ باشد، آن گاه مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۸	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ را رسم کنید.	۲
۲۰	موفق باشید	
صفحه ۲ از ۲		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۵/۲۷
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۵۴ (ب) درست (۰/۲۵) صفحه ۱۰۱ (پ) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۱۳۱ (۰/۷۵)
۲	الف) -۱ (۰/۲۵) صفحه ۳۴ (ب) $+\infty$ (۰/۲۵) صفحه ۵۳ (پ) $x = 0$ (۰/۲۵) صفحه ۸۸ (۰/۷۵)
۳	گزینه ۲ (۰/۲۵) صفحه ۱۲۸ و ۱۲۹ (۰/۲۵)
۴	صفحه ۱۲ رسم دقیق هر پاره خط نمودار تابع، هر کدام (۰/۵) نمره. توضیحات نمره گذاری: (۱) اگر نمودار در چند مرحله رسم شود، به هر مرحله (۰/۲۵) تعلق گیرد. (۲) اگر نمودار دقیقاً به درستی رسم نشود ولی دامنه یا برد به درستی در شکل مشخص گردند، به هر کدام (۰/۲۵) تعلق گیرد. 
۵	فرض کنید $a$ و $b$ دو عدد دلخواه در این فاصله باشند که $a < b$ . (۰/۲۵) چون توابع $f$ و $g$ اکیداً صعودی هستند، نتیجه می شود که $f(a) < f(b)$ (۰/۲۵) و $g(a) < g(b)$ (۰/۲۵). بنابراین، $f(a) + g(a) < f(b) + g(b)$ . از این رو، نتیجه می شود که $(f+g)(a) < (f+g)(b)$ (۰/۲۵). پس، $f+g$ روی این فاصله تابعی اکیداً صعودی است. (۰/۲۵) صفحه ۲۲
۶	صفحه ۲۲ $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ (۰/۲۵) $p(-2) = -1 \Rightarrow -16 - 2m - 1 = -1 \Rightarrow m = -8$ (۰/۲۵) توضیحات نمره گذاری: اگر با تقسیم چندجمله ای بر چندجمله ای مقدار $m$ به درستی به دست آید، به تناسب نمره تعلق گیرد.
۷	صفحه ۲۷ $T = \frac{2\pi}{3}$ (۰/۲۵) $\max = 1$ (۰/۲۵) $\min = -3$ (۰/۲۵) توضیحات نمره گذاری: اگر دانش آموز نمودار تابع را رسم کند و مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب را روی نمودار به صورت دقیق مشخص نماید، نمره تعلق گیرد.
۸	۱/۲۵ روش اول: $\begin{cases} \sin(2\pi + x) = 0 & (0/25) \\ \cos x = 0 & (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\pi + x = k\pi & (0/25) \Rightarrow x = k\pi - 2\pi \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} & (0/25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$ روش دوم: $\sin(2\pi + x) = \sin x \Rightarrow \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 & (0/25) \\ \cos x = 0 & (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi & (0/25) \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} & (0/25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$ روش سوم: $\sin(2\pi + x) = \sin x \Rightarrow \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$ توضیح نمره گذاری: اگر در هر یک از روش ها، جوابها به جای حالت خاص، به فرم کلی نوشته شود، نمره تعلق گیرد. صفحه ۴۰

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۵/۲۷
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		

۰/۷۵	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow -2 = \frac{1 + \tan \beta}{1 - \tan \beta} \Rightarrow \tan \beta = 3$ $\tan(\beta) = \tan(\alpha + \beta - \alpha) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan \alpha}{1 + \tan(\alpha + \beta) \tan \alpha} = \frac{-2 - 1}{1 + (-2)(1)} = 3$	صفحه ۴۲ روش اول: روش دوم:	۹	
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{3 - x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + 2x^2 + 1}{1 + 8x - x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x = -\infty$	الف) صفحه ۵۸ ب) صفحه ۶۶	۱۰	
۱	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + 3}{2x + 1} = -2 \quad \text{یا} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 3}{2x + 1} = -2$ $\lim_{x \rightarrow (\frac{-1}{2})^-} \frac{-4x + 3}{2x + 1} = -\infty \quad \text{یا} \quad \lim_{x \rightarrow (\frac{-1}{2})^+} \frac{-4x + 3}{2x + 1} = +\infty$	خط $y = -2$ مجانب افقی تابع است. خط $x = -\frac{1}{2}$ مجانب قائم تابع است.	۱۱	
۱	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h} = -f'(2) \Rightarrow m = f'(2) = 2$	معادله خط $d: y = 2x + 1$ عرض نقطه $B: 1$	صفحه ۷۸ ۱۲	
۱/۲۵	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x-1)}{x-1} = 1$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x(x-1)}{x-1} = -1$	با توجه به اینکه $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ ، نتیجه می شود که تابع $f$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر نیست. با توجه به اینکه $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ ، نتیجه می شود که تابع $f$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر نیست.	صفحه ۸۸ روش اول: روش دوم: توضیحات نمره گذاری: اگر فقط به جمله «تابع $f$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر نیست.» اشاره شود، (۰/۲۵) تعلق گیرد.	۱۳
صفحه ۲ از ۴				

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۵/۲۷
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
راهنمای نمره گذاری		Azmoon.medu.ir	
ردیف	نمره		

۱۴	<p>الف) <math>f'(x) = \underbrace{(7)}_{(0/25)} \left( \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}}_{(0/25)} + \underbrace{3}_{(0/25)} \right) \underbrace{(\sqrt{x+3x})^6}_{(0/25)}</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \underbrace{(3)}_{(0/25)} \underbrace{(4)}_{(0/25)} \underbrace{(-\sin 4x)}_{(0/25)} \underbrace{(\cos^2 4x)}_{(0/25)}</math></p> <p>توضیحات نمره گذاری: در صورتی که بین پرانتزها علامت جمع، تفریق یا تقسیم نوشته شده بود، تنها (۰/۲۵) نمره کسر گردد.</p> <p>صفحه ۹۷</p>
۱۵	<p>قسمت الف) <math>\frac{f(6) - f(1)}{6 - 1} \quad (0/25) = \frac{3^6 - 1^6}{5} = 4 \quad (0/25)</math></p> <p>قسمت ب) <math>f'(1) \neq f'_-(1)(t) = 2t - 3 \quad (0/25) \Rightarrow f'(2) = 1 \quad (0/25)</math></p> <p>صفحه ۱۰۹</p>
۱۶	<p><math>f'(x) = -x^2 + 1 \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} \begin{cases} x=1 \quad (0/25) \\ x=-1 \notin [0, 2] \end{cases}</math></p> <p><math>f(0) = 0 \quad (0/25) \quad f(1) = \frac{2}{3} \quad (0/25) \quad f(2) = -\frac{2}{3} \quad (0/25)</math></p> <p>مقدار مینیمم مطلق: <math>-\frac{2}{3} \quad (0/25)</math></p> <p>صفحه ۱۱۷</p>
۱۷	<p><math>\begin{cases} f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 24 \quad (0/25) \\ f''(x) = 6ax + 2b \quad (0/25) \end{cases}</math></p> <p><math>\begin{cases} f'(-2) = 0 \quad (0/25) \\ f''(1) = 0 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow a = -1 \quad (0/25), \quad b = 3 \quad (0/25)</math></p> <p>صفحه ۱۳۶</p>
صفحه ۳ از ۴	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۵/۲۷
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف		راهنمای نمره گذاری	
		نمره	

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \xrightarrow{f'=0} \begin{cases} x=1 & (0/25) \\ x=3 & (0/25) \end{cases}$$

$$f''(x) = 6x - 12 \xrightarrow{f''=0} x=2 \quad (0/25)$$

	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$
$f'$	+	○	-	○	+
$f''$	(-)	(-)	(+)	(+)	(+)
$f$	↗	↘	↘	↘	↗
		ماکزیمم نسبی	نقطه عطف	مینیمم نسبی	

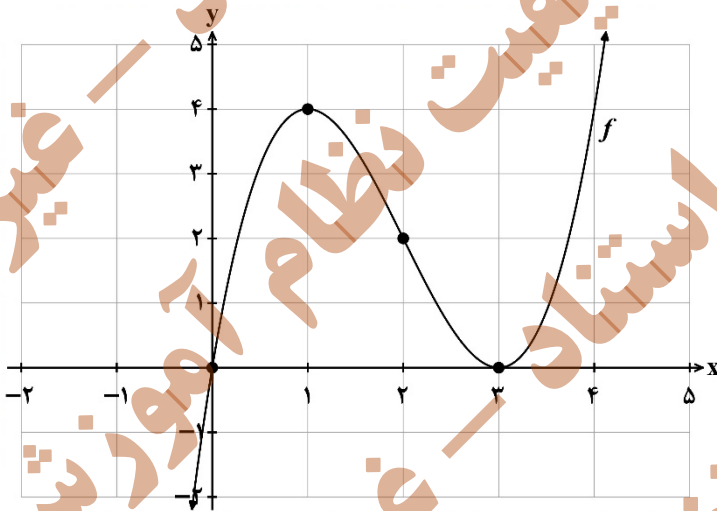
توضیحات جدول رفتار:

تعیین علامت مشتق تابع (۰/۲۵)

تعیین علامت مشتق دوم و جهت تغير تابع (۰/۲۵)

مشخص کردن صعودی و نزولی بودن تابع و نقاط ماکزیمم و

مینیمم و نقطه عطف تابع (۰/۲۵)



رسم صحیح نمودار تابع (۰/۵)