

باسمه تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳ - ۱۳۱۶-۱	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ماه ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
نمره			

۰/۷۵	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = \sin x$ یکنواست. ب) خط $x = \pi$ نمودار تابع $y = \tan x$ را قطع می کند. پ) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه همواره رابطه $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ برقرار است.
۰/۵	۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) حد راست تابع $y = \tan x$ در $x = \frac{\pi}{2}$ برابر است. ب) تعداد نقاط گوشه‌های تابع $y = x + x $ برابر است.
۱/۲۵	۳	اگر $f(x) = \frac{1}{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-3}$ ، آنگاه: الف) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید. ب) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.
۰/۵	۴	نمودار تابع $f(x) = 1-x^2 $ را رسم کنید.
۱	۵	ضابطه تابع وارون $f(x) = \sqrt[3]{x-2} + 5$ را بنویسید.
۰/۷۵	۶	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x) = 2 - 3 \sin \frac{\pi}{4} x$ را محاسبه کنید.
۱	۷	معادله $\sin x = \frac{1}{2 \cos x}$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.
۱	۸	مقدار $\cos \frac{\pi}{12}$ را به دست آورید.
۱/۷۵	۹	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{x-4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x^2 - 3x + 2}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3+x+x^2}{x^3 - 2x^2 + 2}$
۰/۵	۱۰	در شکل زیر خط d در نقطه $A(1, 3)$ بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f'(1) = 2$ باشد، آنگاه عرض نقطه B را بیابید. 

باسمه تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳ - ۱۳۱۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ماه ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
نمره			

۱۱	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + [x] & x > 1 \\ 6x - 2 & x \leq 1 \end{cases}$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه‌ای به طول ۱ بررسی کنید. ([] علامت جزء صحیح است.)	۱/۲۵
۱۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \left(\frac{2x-1}{x}\right)^{1404}$ ب) $g(x) = \sqrt[3]{5x+3}$	۲
۱۳	یک توده باکتری بعد از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{4t+1} + \frac{t^3}{2}$ گرم است. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع m در بازه زمانی $[0, 2]$ را به دست آورید. ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 2$ را محاسبه کنید.	۱
۱۴	اگر نقطه $(3, 2)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ باشد، آنگاه مقادیر a و b را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	اگر در مستطیلی با طول x و عرض y رابطه $3x + 5y = 30$ برقرار باشد، آنگاه ابعاد مستطیل را طوری بیابید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن شود. (رسم جدول تغییرات الزامی است).	۱/۵
۱۶	دو سر قطر بزرگ یک بیضی نقاط $(-1, 2)$ و $(7, 2)$ و طول قطر کوچک آن برابر ۴ واحد است. خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.	۱
۱۷	مرکز دایره‌ای نقطه $O(1, 2)$ است. این دایره روی خط $3x + 4y + 4 = 0$ و تری به طول ۸ جدا می‌کند. معادله گسترده این دایره را بنویسید.	۱/۵
		
۱۸	در یک جعبه ۳ میکروسکوپ از نوع A و ۲ تا از نوع B وجود دارد. احتمال اینکه عمر آنها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A ، $\frac{1}{4}$ و برای نوع B ، $\frac{1}{4}$ است. به تصادف یک میکروسکوپ از جعبه بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عمر این میکروسکوپ بیش از ۱۰ سال است؟	۱/۲۵
	موفق باشید	۲۰
	صفحه ۲ از ۲	

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضی ۳ - ۱۲۱۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
تعداد صفحه: ۵	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی‌ماه ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

لطفاً هنگام نمره‌گذاری پاسخ‌برگ‌ها، نکات زیر را مدنظر قرار دهید:

۱- به منظور صحت و دقت در نمره‌گذاری پاسخ‌برگ‌های آزمون، صرفاً راهنمای قابل استناد نمره‌گذاری ملاک عمل است.

۲- در صورتی که در هر یک از مراحل محاسباتی، خطایی رخ داده است اما پس از آن بقیه مراحل به درستی انجام شده است، فقط نمره مربوط به خطای انجام شده کسر گردد.

۳- در صورتی که دانش‌آموز فقط پاسخی را نوشته است، نمره ۰/۲۵ تعلق گیرد.

۰/۷۵	الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۷ ب) درست (۰/۲۵) صفحه ۲۹ پ) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۱۴۴	۱
۰/۵	الف) $-\infty$ (۰/۲۵) صفحه ۵۵ ب) یک (۰/۲۵) صفحه ۸۱	۲
۱/۲۵	الف) $(f \circ g)(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{x-3}}$ (۰/۲۵) صفحه ۱۳ ب) $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ (۰/۲۵) ، $D_g = [3, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [3, +\infty) \mid g(x) \in \mathbb{R} - \{1\}\} = \{x \geq 3 \mid \sqrt{x-3} \neq 1\} = [3, +\infty) - \{4\}$ (۰/۲۵)	۳
۰/۷۵	توجه: اگر دانش‌آموز به جای نوشتن D_f و D_g به صورت جداگانه، عبارت زیر را بنویسد، نمره تعلق گیرد. $\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [3, +\infty) \mid g(x) \in \mathbb{R} - \{1\}\}$	
۰/۵	رسم نمودار نهایی با هر روش (۰/۵) صفحه ۱۷	۴
۱	روش اول: $y = \sqrt[3]{x-2} + 5 \rightarrow y-5 = \sqrt[3]{x-2} \rightarrow (y-5)^3 = x-2 \rightarrow (y-5)^3 + 2 = x \rightarrow f^{-1}(x) = (x-5)^3 + 2$ (۰/۲۵) روش دوم: $y = \sqrt[3]{x-2} + 5 \rightarrow x-5 = \sqrt[3]{y-2} \rightarrow (x-5)^3 = y-2 \rightarrow y = (x-5)^3 + 2 \rightarrow f^{-1}(x) = (x-5)^3 + 2$ (۰/۲۵)	۵
۰/۷۵	$T = 8$ (۰/۲۵) $\max = 5$ (۰/۲۵) $\min = -1$ (۰/۲۵) صفحه ۲۷	۶

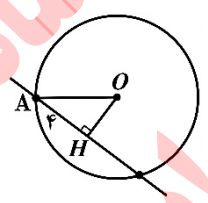
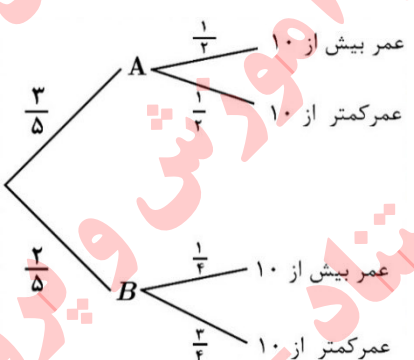
راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضی ۳- ۱۲۱۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
تعداد صفحه: ۵	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی‌ماه ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

۱۱	<p>روش اول: صفحه ۸۰</p> $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 + 1 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x-1)(x+1)}{(x-1)} = 6 \quad (0/25)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{6x - 2 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{6(x-1)}{(x-1)} = 6 \quad (0/25)$ <p>بنابراین تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵) روش دوم:</p> $f'_+(1) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{3(1+h)^2 + [1+h] - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h(3h+6)}{h} = 6 \quad (0/25)$ $f'_-(1) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{6(1+h) - 2 - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{6h}{h} = 6 \quad (0/25)$ <p>بنابراین تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۲	<p>الف) $f'(x) = 1404 \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{1403} \left(\frac{2(x) - 1(2x-1)}{x^2} \right)$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{5}{3 \left(\sqrt{5x+3} \right)^2}$</p> <p>صفحه ۹۲</p>	۲
۱۳	<p>الف) $\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{m(2) - m(0)}{2 - 0} = \frac{7-1}{2} = 3 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = m'(t) = \frac{4}{2\sqrt{4t+1}} + \frac{3t^2}{2} \rightarrow m'(2) = \frac{2}{3} + 6 = \frac{20}{3} \quad (0/25)$</p> <p>صفحه ۱۰۰</p>	۱
صفحه ۳ از ۵		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضی ۳ - ۱۲۱۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
تعداد صفحه: ۵	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی‌ماه ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

۱۴	صفحه ۱۱۲	$f'(x) = 2x^2 + 2ax + b, \quad f'(2) = 0 \rightarrow 6a + b = -27$ $f(2) = 2 \rightarrow 9a + 2b = -27 \quad \text{یا} \quad 2a + b = -9$ $\rightarrow \begin{cases} 6a + b = -27 \\ 2a + b = -9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \end{cases}$	۱/۵												
۱۵	روش اول: صفحه ۱۱۴	$2x + 5y = 30 \rightarrow y = -\frac{2}{5}x + 6$ $S = x \cdot y \rightarrow S(x) = x \left(-\frac{2}{5}x + 6 \right) = -\frac{2}{5}x^2 + 6x \rightarrow S'(x) = -\frac{4}{5}x + 6 = 0 \rightarrow x = 7.5$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>7.5</td><td>15</td></tr> <tr><td>s'</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>s</td><td>0</td><td>↗ 15</td><td>↘ 0</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">ماکزیمم مطلق</p> $\rightarrow y = 3$	x	0	7.5	15	s'		+	-	s	0	↗ 15	↘ 0	۱/۵
x	0	7.5	15												
s'		+	-												
s	0	↗ 15	↘ 0												
	روش دوم:	$2x + 5y = 30 \rightarrow x = -\frac{5}{2}y + 15$ $S = x \cdot y \rightarrow S(y) = \left(-\frac{5}{2}y + 15 \right) y = -\frac{5}{2}y^2 + 15y \rightarrow S'(y) = -5y + 15 = 0 \rightarrow y = 3$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr><td>y</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>s'</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>s</td><td>0</td><td>↗ 15</td><td>↘ 0</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">ماکزیمم مطلق</p> $\rightarrow x = 7.5$	y	0	3	6	s'		+	-	s	0	↗ 15	↘ 0	
y	0	3	6												
s'		+	-												
s	0	↗ 15	↘ 0												
۱۶	روش اول: صفحه ۱۳۱	$AA' = 8 = 2a \rightarrow a = 4, \quad BB' = 4 = 2b \rightarrow b = 2$ $c = \sqrt{a^2 - b^2} \rightarrow c = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	۱												
	روش دوم:	$AA' = 8 = 2a \rightarrow a = 4, \quad BB' = 4 = 2b \rightarrow b = 2$ $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{16 - 4}}{4} = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$													
صفحه ۴ از ۵															

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضی ۳ - ۱۲۱۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
تعداد صفحه: ۵	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ماه ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		

۱۷	<p>روش اول: صفحه ۱۳۹</p>  $OH = \frac{ 3(1) + 4(2) + 4 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (0/25) \quad \text{و} \quad AH = 4 \quad (0/25) \quad \rightarrow r = 5 \quad (0/25)$ $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25 \quad (0/25) \rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0 \quad (0/25)$ <p>روش دوم:</p> $OH = \frac{ 3(1) + 4(2) + 4 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (0/25) \quad \text{و} \quad AH = 4 \quad (0/25) \quad \rightarrow r = 5 \quad (0/25)$ $-\frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = -2 \quad \text{و} \quad -\frac{b}{2} = 2 \rightarrow b = -4 \quad \text{و} \quad r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \rightarrow c = -20$ $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0 \quad (0/5)$
۱۸	<p>روش اول: صفحه ۱۴۸</p> $P(E) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{10} = 0/4$ <p>(منظور از پیشامد E، انتخاب یک میکروسکوپ با طول عمر بیش از ۱۰ سال است.) توجه ۱: اگر دانش آموز فقط فرمول قانون احتمال کل را به صورت زیر بنویسد، آنگاه (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. $P(E) = P(A)P(E A) + P(B)P(E B)$</p> <p>توجه ۲: اگر دانش آموز فقط نمودار درختی را رسم کند، (۰/۵) نمره تعلق گیرد.</p>  $P(E') = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{10} = 0/6 \rightarrow P(E) = 1 - 0/6 = 0/4 \quad (0/5)$ <p>روش دوم:</p>
۲۰	