

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱	جملات زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید. الف) اگر a, b دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $27 b, 9a b$ آنگاه $a = \dots$ است. ب) اگر در گراف G از مرتبه ۷ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر با است. پ) مجموع درایه های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ۴ برابر با است.	۰/۷۵
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد. ب) اگر α, β دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ عددی گنگ است. پ) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر با ۱۵ است.	۰/۷۵
۳	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a 5m - 2, 2a 3m - 4$ جوابهای صحیح a را مشخص کنید؟ $(m \in \mathbb{Z})$	۱/۵
۴	اگر m, n دو عدد طبیعی و a, b دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ نشان دهید، $a^n \equiv b^m$.	۱
۵	برای دو عدد حقیقی x, y نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$	۱/۲۵
۶	اگر a, b دو عدد صحیح باشند و $5ab$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است.	۱/۲۵
۷	شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتاب های ۹ امتیازی او چندتاست؟	۱/۵
۸	گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم: $N_G(d) = \{a, b, c\}, N_G(c) = \{d, b\}, N_G(b) = \{a, d, c\}$ الف) گراف G را رسم کنید. ب) یک دور به طول ۴ از گراف G بنویسید. پ) دو زیر گراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف G رسم کنید. ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید.	۲
۹	مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یال های گراف G اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می شود. مرتبه گراف G چقدر است؟	۱

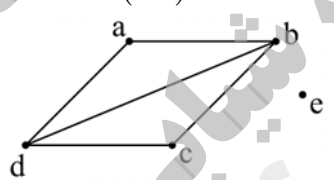
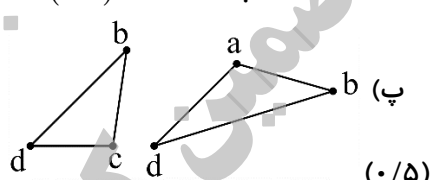
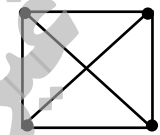
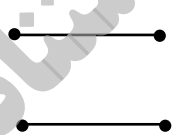
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱۰	یک گراف ۴ راسی غیر تهی k - منتظم رسم کنید که: (الف) بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (ب) کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۱	(الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی از گراف مقابل را بنویسید. (ب) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید.	۱/۵
۱۲	به چند طریق می توان ۶ نفر را در سه اتاق ۱، ۲، ۳ نفره اسکان داد؟	۰/۷۵
۱۳	معادله $x_1 + 2\sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	(الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را A بنامید. (ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین A بسازید و آن را B بنامید. (پ) آیا A, B متعامدند؟ چرا؟	۱
۱۵	در بین اعداد مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۴ بخش پذیر نباشند.	۱/۵
۱۶	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 3×4 قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۵
	موفق باشید	۲۰
	صفحه ۲ از ۲	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $a = 3$ (۰/۲۵) ب) $\Delta(G) = 6$ (۰/۲۵) پ) 10 (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) (۰/۲۵) درست ب) (۰/۲۵) نادرست پ) (۰/۲۵) نادرست	۰/۷۵
۳	$2a \mid 5m - 2 \Rightarrow 2a \mid 15m - 6 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow 2a \mid 14 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a \mid 7 \quad (۰/۲۵)$ $2a \mid 3m - 4 \Rightarrow 2a \mid 15m - 20 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow a = \pm 1, \pm 7 \quad (۰/۵)$	۱/۵
۴	$a \equiv b \Rightarrow m \mid a - b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m \mid (a - b)(a^{n-1} + ba^{n-2} + \dots + b^{n-1}) \quad (۰/۵) \Rightarrow m \mid a^n - b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n \quad (۰/۲۵)$	۱
۵	$3x^2 + y^2 \geq 6x - 3 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 + y^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow 3(x-1)^2 + y^2 \geq 0 \quad (۰/۵)$ <p>نامساوی همواره برقرار است. (۰/۲۵) (ذکر برگشت پذیر بودن نامساویها (۰/۲۵))</p>	۱/۲۵
۶	$5ab \Rightarrow ab \text{ فرد} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a, b \text{ هر دو فرد} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 =$ $4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 2 \left(\underbrace{2k^2 + 2k + 2k'^2 + 2k' + 1}_q \right) \quad (۰/۵)$ $a^2 + b^2 = 2q \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۷	<p>روش اول:</p> $7x + 9y = 183 \Rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 7x \equiv 21 \Rightarrow x \equiv 3 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow x = 9k + 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 7(9k + 3) + 9y = 183 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = 18 - 7k \quad (۰/۲۵)$ <p>حداکثر تعداد پرتابهای ۹ امتیازی $k = 0 \Rightarrow y = 18 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>روش دوم:</p> $7x + 9y = 183 \Rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 9y \equiv 36 \Rightarrow y \equiv 4 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow y = 7k + 4 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 7x + 9(7k + 4) = 183 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 21 - 9k \quad (۰/۲۵)$ <p>حداکثر تعداد پرتابهای ۹ امتیازی $k = 2 \Rightarrow y = 18 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱/۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>(الف) (۰/۵)</p>  <p>(ب) (۰/۵)</p>  <p>(ت) (۰/۵) $4+5=9$</p>	۲
۹	$2q = 24 \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6$	۱
۱۰	<p>(الف) (۰/۵)</p>  <p>(ب) (۰/۵)</p> 	۱
۱۱	<p>(الف) (۰/۵) $D = \{e, b, h\}$ (به مجموعه های مینیمال سه عضوی دیگر بارم تعلق گیرد)</p> <p>(ب) (۰/۵) $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{4+1} \right\rceil = 2$ لذا عدد احاطه گری بزرگتر یا مساوی ۲ است. از طرفی مجموعه $D = \{g, b\}$ یک مجموعه احاطه گر است. پس: $\gamma(G) = 2$</p>	۱/۵
۱۲	<p>روش اول: $\frac{6!}{2! \times 3!} = 60$</p> <p>روش دوم: $\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} = 60$</p>	۰/۷۵
۱۳	<p>$x_1 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5 \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21$</p> <p>$x_1 = 1 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3 \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10$</p> <p>$x_1 = 4 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3$</p> <p>$21 + 10 + 3 = 34$</p>	۱/۷۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۴	<p>الف) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵)</p> <p>\Rightarrow</p> <table border="1"> <tr><td>۱۴</td><td>۲۳</td><td>۳۲</td><td>۴۱</td></tr> <tr><td>۴۱</td><td>۱۴</td><td>۲۳</td><td>۳۲</td></tr> <tr><td>۳۲</td><td>۴۱</td><td>۱۴</td><td>۲۳</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۳۲</td><td>۴۱</td><td>۱۴</td></tr> </table> <p>پ) خیر - (۰/۲۵) زیرا مربع لاتین ادغام شده، دارای درایه های تکراری است. (۰/۲۵)</p>	۱۴	۲۳	۳۲	۴۱	۴۱	۱۴	۲۳	۳۲	۳۲	۴۱	۱۴	۲۳	۲۳	۳۲	۴۱	۱۴	
۱۴	۲۳	۳۲	۴۱															
۴۱	۱۴	۲۳	۳۲															
۳۲	۴۱	۱۴	۲۳															
۲۳	۳۲	۴۱	۱۴															

۱۵	$A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 n\} \Rightarrow A = \left[\frac{400}{6} \right] = 66 \text{ (۰/۲۵)}$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 n\} \Rightarrow B = \left[\frac{400}{4} \right] = 100 \text{ (۰/۲۵)}$ $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 12 n\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{400}{12} \right] = 33 \text{ (۰/۵)}$ $ A \cap B = S - (A + B - A \cap B) \text{ (۰/۲۵)} = 400 - (66 + 100 - 33) = 267 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۵
----	---	----

۱۶	<p>مستطیل را به ۱۲ خانه مربع شکل 1×1 تقسیم می کنیم (۰/۲۵).</p> <p>۱۳ نقطه را تعداد کبوترها (۰/۲۵) و ۱۲ خانه را تعداد لانه ها (۰/۲۵) در نظر می گیریم. بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) چون تعداد کبوترها از یک برابر تعداد لانه ها ۱ واحد بیشتر است، لذا خانه ی وجود دارد که شامل بیش از یک کبوتر است. در هر خانه مربع شکل حداکثر فاصله نقاط برابر قطر مربع یعنی $\sqrt{2}$ است. $AB < d = \sqrt{2} \text{ (۰/۵)}$</p>	
----	---	--

۲۰	جمع	
----	-----	--