

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)		
نمره	Azmoon.medu.ir		

۰/۷۵	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی $a$ و $b$ ، اگر $a^2 + b^2 = 0$ باشد، آن گاه $a = 0$ و $b = 0$ . ب) تعداد یالهای هرگراف، نصف مجموع درجات رأس های آن گراف است. ج) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ وجود ندارد.
۱/۲۵	۲	جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید. الف) حاصل عبارت $[15, 72, 48]$ برابر ..... است. ب) هرگاه بین هر دو رأس یک گراف حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، آن گراف را ..... می نامیم. ج) مجموع درایه های روی قطر اصلی یک مربع چرخشی $5 \times 5$ برابر ..... است. د) تعداد حالت هایی که می توان ۲ کتاب متفاوت را بین ۴ نفر توزیع کرد به شرط آن که هیچ کس بیشتر از یک کتاب نداشته باشد، برابر ..... است.
۱.۵	۳	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی $n$ ، عبارت $n^2 - 9n + 1$ همواره عددی فرد است.
۱.۵	۴	اگر باقی مانده تقسیم اعداد صحیح $a$ و $b$ بر ۲۳ به ترتیب ۶ و ۷ باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم عدد $3a - 5b$ بر ۲۳ را به دست آورید.
۱.۲۵	۵	اگر $a$ عدد صحیح بزرگتر از یک و $a \mid 11k + 5$ و $a \mid 7k + 3$ ، ثابت کنید $a$ عددی اول است.
۱	۶	در صورتی که دهم مهر در یک سال دوشنبه باشد، ۲۹ اسفند در همان سال چند شنبه است؟ (ذکر راه حل الزامی است.)
۱.۲۵	۷	جواب عمومی معادله هم نهشتی $750 \equiv 462x \pmod{9}$ را به دست آورید.
۱.۵	۸	گراف $G$ را در نظر بگیرید. الف) مقدار $d_{\bar{G}}(e)$ را به دست آورید. ب) حاصل $q(\bar{G})$ را به دست آورید. ج) دوری به طول ۶ با شروع از رأس $a$ در گراف $G$ بنویسید. د) گراف $G$ چند رأس زوج دارد؟
		
۱	۹	اگر $G$ یک گراف $k$ -منتظم از مرتبه ۷ و دارای ۱۴ یال باشد، آن گاه مقدار $\Delta(G)$ را به دست آورید.

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد)	
نمره		Azmoon.medu.ir	

۲		<p>گراف زیر را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) با اضافه کردن کدام رأس، به مجموعه <math>A = \{a, b, i\}</math> می توان آن را به یک مجموعه احاطه گر تبدیل کرد؟</p> <p>ب) سه مجموعه احاطه گر ۴ عضوی غیر مینیمالی که شامل رأس <math>f</math> باشند را بنویسید.</p> <p>ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمم برای این گراف بنویسید.</p> <p>د) عدد احاطه گری این گراف را مشخص کنید.</p>	۱۰
۱		<p>الف) گراف <math>P_8</math> را رسم کنید.</p> <p>ب) در این گراف یک مسیر به طول ۶ بنویسید.</p>	۱۱
۱		<p>به چند طریق می توان ۹ نفر را در سه اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره واقع در یک هتل اسکان داد؟ (ذکر راه حل الزامی است).</p>	۱۲
۱		<p>تعداد جواب های صحیح مثبت معادله <math>x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8</math> را محاسبه کنید.</p>	۱۳
۱.۲۵	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	<p>مربع لاتین <math>A</math> را در بگیرید:</p> <p>الف) با تعویض جای سطر اول و سطر سوم یک مربع لاتین دیگری به دست آورید و آن را <math>B</math> بنامید.</p> <p>ب) آیا دو مربع لاتین <math>A</math> و <math>B</math> متعامد هستند؟ چرا؟</p>	۱۴
۱.۵		<p>به چند طریق می توان ۴ مهره به رنگ های سبز، قرمز، آبی و سفید را در ۳ ظرف قرار دهیم، به شرطی که هیچ ظرفی خالی نماند؟ (ذکر راه حل الزامی است).</p>	۱۵
۱.۲۵		<p>تعیین کنید ۴۶ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟ (ذکر راه حل الزامی است).</p>	۱۶
۲۰	مجموع نمرات	صفحه ۲ از ۲	
موفق باشید			

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		

۰.۷۵	الف) درست (۰.۲۵) ۳ ص ب) درست (۰.۲۵) ۳۹ ص ج) نادرست (۰.۲۵) ۶۷ ص	۱
۱.۲۵	الف) ۱۲۰ (۰.۲۵) ۱۷ ص ب) همبند (۰.۲۵) ۳۹ ص ج) ۵ (۰.۲۵) ۶۳ ص د) ۱۲ یا ۴ × ۳ یا P(۴, ۲) یا $\frac{4!}{2!}$ یا $2! \times \binom{4}{2}$ هر مورد که نوشته شود (۰.۵) ۷۸ ص	۲
۱.۵	$\begin{cases} n = 2k \Rightarrow n^2 - 9n + 1 = (2k)^2 - 9(2k) + 1 = 2(2k^2 - 9k) + 1 = 2t + 1 \\ n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 - 9n + 1 = (2k + 1)^2 - 9(2k + 1) + 1 = 2(2k^2 - 7k - 4) + 1 = 2q + 1 \end{cases}$	۳
۱.۵	$\begin{aligned} a = 22q_1 + 6 &\Rightarrow 3a = 3 \times 22q_1 + 18 \\ b = 22q_2 + 7 &\Rightarrow -5b = -5 \times 22q_2 - 35 \end{aligned}$ $\Rightarrow 3a - 5b = 22(3q_1 - 5q_2) - 17 + 23 - 23 \quad (0.25)$ $= 22(3q_1 - 5q_2 - 1) + 6 \Rightarrow r = 6 \quad (0.25)$	<p>روش اول:</p> <p>روش دوم:</p> <p>روش سوم:</p>
۱.۵	$\begin{cases} a \equiv 6 \pmod{22} \Rightarrow 3a \equiv 18 \pmod{22} \\ b \equiv 7 \pmod{22} \Rightarrow -5b \equiv -35 \pmod{22} \end{cases}$ $\Rightarrow 3a - 5b \equiv -17 \pmod{22} \Rightarrow r = 6 \quad (0.25)$	۴
	$\begin{cases} a = 22q_1 + 6 \Rightarrow 22 \mid a - 6 \\ b = 22q_2 + 7 \Rightarrow 22 \mid b - 7 \end{cases}$ $\Rightarrow 22 \mid 3a - 5b - 6 \Rightarrow 3a - 5b = 22q_3 + 6 \Rightarrow r = 6 \quad (0.5)$	۱۴ ص
صفحه ۱ از ۴		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		

۱.۲۵	$a \mid 11k + 5, a \mid 7k + 3 \Rightarrow a \mid 77k + 35, a \mid 77k + 33$ $\Rightarrow a \mid \frac{77k + 35}{(0.25)} - \frac{77k + 33}{(0.25)}$ $\Rightarrow a \mid 2 \Rightarrow a = 2$ $\left\{ \begin{array}{l} 11k + 5 = aq_1 \Rightarrow 77k + 35 = aq_2 \\ 7k + 3 = aq_3 \Rightarrow 77k + 33 = aq_4 \end{array} \right. \Rightarrow 2 = aq_5 \Rightarrow q_5 = 1, a = 2$	روش اول ص ۱۱ روش دوم	۵														
۱	$1 \equiv 20 + 4 \times 30 + 29 \equiv 169 \equiv 1 \pmod{25}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td><td>ش</td><td>ی</td> </tr> <tr> <td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td> </tr> </table>	د	س	چ	پ	ج	ش	ی	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	روز سه شنبه (۰.۲۵)	۶
د	س	چ	پ	ج	ش	ی											
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶											
۱.۲۵	$463x \equiv 750 \Rightarrow (4+6+3)x \equiv (7+5+0)$ $\Rightarrow 4x \equiv 12 \Rightarrow x \equiv 3 \Rightarrow x = 9k + 3$	ص ۱۴ ملاحظات: اگر معادله با تبدیل به معادله سیاله یا هر روش دیگر حل شود و به جواب نهایی درست منتهی گردد نمره کامل منظور گردد.	۷														
۱.۵	<p>الف) <math>d_{\bar{G}}(e) = 1</math> (۰.۵)</p> <p>ب) <math>q(\bar{G}) = \frac{7(7-1)}{2} - 10 = 11</math> (۰.۵)</p> <p>ج) <math>afedcba</math> یا <math>abcdefa</math> (۰.۲۵) برای هر مورد که نوشته شود (۰.۲۵)</p> <p>د) ۳ (۰.۲۵)</p>	ص ۴۱	۸														
۱	$kp = 2q \Rightarrow k(7) = 28 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow \Delta(G) = k = 4$	ص ۳۵ و ۴۰	۹														
۲	<p>الف) <math>e</math> (۰.۵)</p> <p>ب) <math>\{f, c, b, h\}</math> (۰.۲۵) ، <math>\{f, c, d, h\}</math> (۰.۲۵) ، <math>\{f, a, d, h\}</math> (۰.۲۵)</p> <p>ج) <math>B = \{c, h, b\}</math> یا <math>A = \{c, h, d\}</math> (۰.۲۵)</p> <p>د) <math>\gamma(G) = 3</math> (۰.۵)</p>	ص ۴۷ و ۴۹	۱۰														
صفحه ۲ از ۴																	

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۱	<p>رسم نمودار (۰/۵) الف)</p> <p style="text-align: center;"><math>a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f \quad g \quad h</math></p> <p>برای هر مورد که نوشته شود (۰/۵) <math>abcdefg</math> یا <math>bcdefgh</math> یا <math>hgfedcb</math> یا <math>gfedcba</math> (ب)</p>	۱۱	ص ۲۸
۱	<p>یا هر یک از موارد مشابه مانند: <math>\binom{9}{4} \binom{5}{3} \binom{2}{2}</math> یا <math>\binom{9}{4} \binom{5}{3}</math> یا <math>\binom{9}{4}</math> یا ...</p> <p>یا هر یک از موارد مشابه مانند: <math>\binom{9}{2} \binom{7}{3} \binom{4}{4}</math> یا <math>\binom{9}{2} \binom{7}{3}</math> یا <math>\binom{9}{2}</math> یا ...</p>	۱۲	ص ۵۹
۱	<p><math>\binom{n-1}{k-1} = \binom{7}{3} = 35</math> (۰.۷۵)</p> <p><math>y_i = x_i - 1</math> (۰.۲۵) <math>\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 4</math> (۰.۲۵)</p> <p><math>\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{7}{3} = 35</math> (۰.۵)</p> <p>روش سوم: مثل این است که از ۴ نوع گل، ۸ شاخه برداریم به شرط آن که از هر گل حداقل یک شاخه انتخاب کرده باشیم. (۰.۲۵) پس: <math>\binom{7}{3} = 35</math> (۰.۷۵)</p>	۱۳	ص ۶۱
	صفحه ۳ از ۴		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

الف) رسم جدول (۰.۵)	$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	
ب) روش اول: بله (۰.۲۵) زیرا در مربع زیر عدد دورقمی تکراری وجود ندارد (۰.۲۵)		
۱۴	<p>رسم جدول (۰.۲۵)</p> $\begin{bmatrix} 13 & 21 & 32 \\ 22 & 33 & 11 \\ 31 & 12 & 23 \end{bmatrix}$	۱.۲۵
روش دوم: بله (۰.۲۵)، زیرا هر دو جایگاه در مربع $A$ که اعداد یکسانی دارند، جایگاه‌های نظیر آن‌ها از مربع $B$ اعداد متمایزی دارند (۰.۵)		ص ۷۲
تعداد حالات ممکن، معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی است.	$A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j\}; \quad 1 \leq i \leq 4, 1 \leq j \leq 3$	
۱۵	$\begin{aligned}  \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}  &=  \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}  =  S  -  A_1 \cup A_2 \cup A_3  \\ &= \underbrace{3^4}_{(0.25)} - \underbrace{(3 \times 2^4 - 3 \times 1^4 + 0)}_{(0.75)} = 36 \quad (0.25) \end{aligned}$	ص ۷۷
طبق اصل لانه کبوتری داریم: (۰.۲۵)		
۱۶	$\begin{cases} k+1=5 \Rightarrow k=4 & (0.25) \\ kn+1=46 \Rightarrow \underbrace{4n+1=46}_{(0.25)} \Rightarrow n = \underbrace{\left\lfloor \frac{45}{4} \right\rfloor}_{(0.25)} = 11 \end{cases}$	ص ۸۲
مجموع نمرات	صفحه ۴ از ۴	۲۰
موفق باشید		